FICHE BILAN
PTSI, VOIRON

$\vec{p} \equiv m\vec{v}$

LE PENDULE SIMPLE : LES 3 APPROCHES

(pas si simple...)

$\vec{L}_O \equiv \vec{OM} \wedge m\vec{v}$

REMY DUPERRAY

Théorème de la quantité de mouvement

(2ème loi de Newton)

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g}}$$

Sur $\vec{u}_r$: $\vec{T} = \dots$

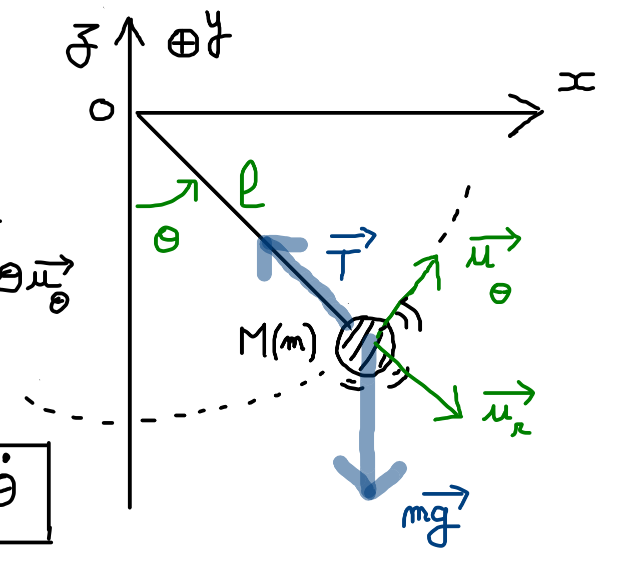
Sur $\vec{u}_\theta$: $\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$ $\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}}$

Eq. Diff. du mvt, ordre 2

$t = 0$
$\theta = \theta_0$
$\dot{\theta} = 0$
C.I.

$d\vec{\ell} = r\,d\theta\,\vec{u}_\theta$

$\boxed{v = \ell\dot{\theta}}$



Théorème du moment cinétique

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \underbrace{\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{T})}_{=\vec{0}} + \vec{\mathcal{M}}_O(m\vec{g})}$$

pour rapport à l'axe Oy :

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$$

$(\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) \equiv \vec{OM} \wedge \vec{F})$

- → pas de solution analytique. résolution numérique, Euler (cf. cours info)
- → Si $\theta \ll 1$ rad $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)$ (cf. cours oscillateur harmonique)

$E_c \equiv \frac{1}{2}mv^2$

$E_m \equiv E_c + E_p$

Théorèmes énergétiques

→ idem avec : $\begin{cases} \dfrac{dE_m}{dt} = 0 \\ \Delta E_m = 0 \end{cases}$ $\left(W(m\vec{g}) = -\Delta E_p\right)$

Théorème de la puissance cinétique

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = P(m\vec{g}) + \underbrace{P(\vec{T})}_{=0}}$$

$(P(\vec{F}) \equiv \vec{F}\cdot\vec{v})$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0}$$

intégration

séparation des variables

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}$$

différentiation

$\left(W(\vec{F}) \equiv \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{\ell}\right)$

Théorème de l'énergie cinétique

$$\boxed{\Delta E_c = W(m\vec{g}) + \underbrace{W(\vec{T})}_{(\vec{T}\perp d\vec{\ell})\ =0}}$$

$$\boxed{v(\theta) = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_0)}}$$

(sans connaître $\theta(t)$! valable $\forall\theta$)